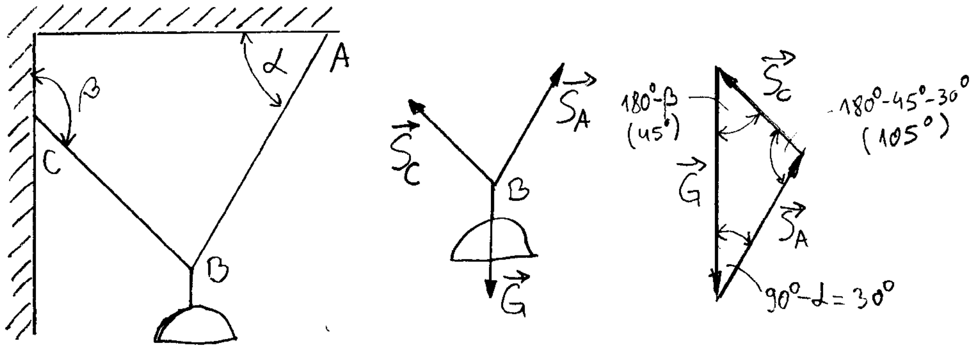
Електрична светиљка тежине G=50N обешена је ужадима AB и BC према слици. Одедити силе у ужадима, ако су углови $\alpha=60^0$, и $\beta=135^0$.



1) Синусна теорема

$$\frac{S_A}{\sin 45^\circ} = \frac{S_C}{\sin 30^\circ} = \frac{G}{\sin 105^\circ}$$

$$S_A = G\cdot\frac{\sin 45^\circ}{\sin 105^\circ} = 36,6\,N \quad ; \quad S_C = G\,\frac{\sin 30^\circ}{\sin 105^\circ} = 25,88\,N$$

2) Једначине равнотеже:

1) $\sum X_i = 0: \quad S_A \cdot \sin 30^\circ - S_C \sin 45^\circ = 0$

2) $\sum Y_i = 0: \quad -G + S_A \cos 30^\circ + S_C \cos 45^\circ = 0$

$$S_A \sin 30^\circ - \underline{S_C \sin 45^\circ} - G + S_A \cos 30^\circ + \underline{S_C \cos 45^\circ} = 0$$

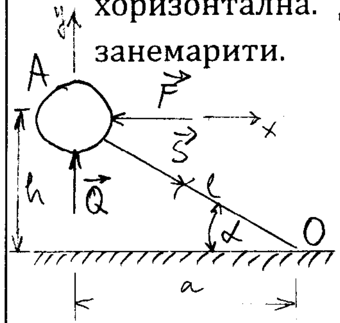
$$S_A(\cos 30^\circ + \sin 30^\circ) = G$$

$$S_A = \frac{G}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}} = 36,6\,N$$

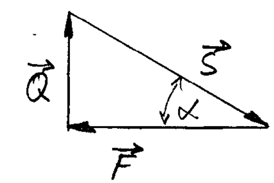
$1) \Rightarrow S_C = S_A \frac{\sin 30^\circ}{\sin 45^\circ}$

$$S_C = 25,88\,N$$

Ваздушни балон A, на који делује сила потиска Q, одржава се помоћу ужета OA занемарљиве тежине и дужине ℓ. Под дејкством ветра балон се помери тако да му је растојање од подлоге AB=h. Одредити силу у ужетуи силу ветра. Сматрати да је сила ветра хоризонтална. Димензије балона и његову тежину занемарити.



1)



$$tg\,\alpha = \frac{Q}{F} \qquad \sin\alpha = \frac{Q}{S}, \quad \frac{h}{\ell} = \sin\alpha \qquad \frac{h}{\ell} = \frac{Q}{S} \qquad \boxed{S = Q\cdot\frac{\ell}{h}}$$

$$F = \frac{Q}{tg\,\alpha} = \frac{Q}{\frac{h}{a}}$$

$$F = Q\cdot\frac{a}{h} = \boxed{Q\,\frac{\sqrt{\ell^2-h^2}}{h}}$$

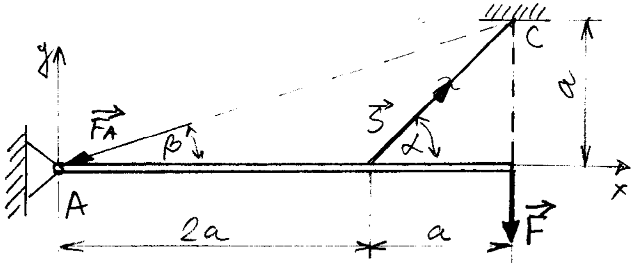
2) $\sum X_i = 0: \quad S\cos\alpha - F = 0 \Rightarrow F = S\cos\alpha$

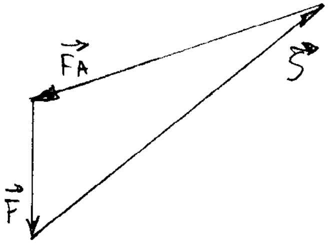
$\sum Y_i = 0: \quad Q - S\sin\alpha = 0 \Rightarrow S = \frac{Q}{\sin\alpha} = \frac{Q}{\frac{h}{\ell}} = Q\,\frac{\ell}{h}$

$$F = Q\,\frac{\ell}{h}\cdot\frac{a}{\ell} = Q\,\frac{a}{h} = Q\,\frac{\sqrt{\ell^2-h^2}}{h}$$

Греда AB зглобно је везана у тачки A, а придржава се ужетом у тачки B. Одредити реакције веза ако је греда оптерећена силом F=50 kN. Тежину греде занемарити.

*Теорема о три силе: Ако се слободно круто тело налази у равнотежи под дејством трију непаралелних сила, које леже у истој равни, онда се нападне линије тих сила морају сећи у једној тачки.





$$tg\alpha = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow \alpha = arctg 1 = 45^0;\quad \overline{AC} = \sqrt{(3a)^2 + a^2} = a\sqrt{10}$$

$$tg\beta = \frac{a}{3a} = \frac{1}{3};\quad \cos\beta = \frac{3a}{a\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}};$$

$$1)\ \Sigma X_i = 0:\ -F_A\cos\beta + S\cos\alpha = 0 \Rightarrow F_A = S\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$$

$$2)\ \Sigma Y_i = 0:\ -F_A\sin\beta + S\sin\alpha - F = 0$$

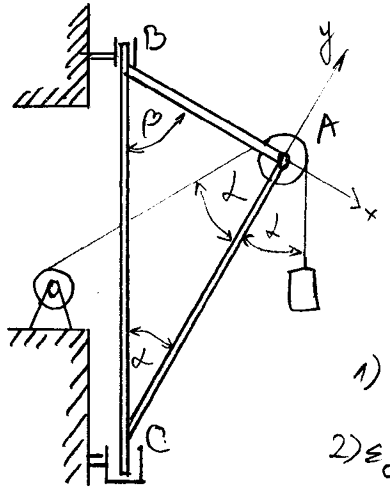
$$-S\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\cdot\sin\beta + S\sin\alpha - F = 0$$

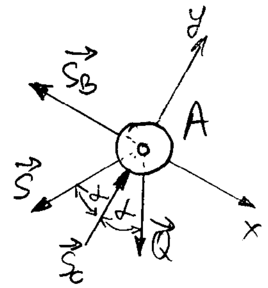
$$S = \frac{F}{\sin\alpha - \cos\alpha\cdot tg\beta} = \frac{50}{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{3}} = \frac{50}{\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{2}}{6}}$$

$$S = \frac{50}{\frac{\sqrt{2}}{3}} = \frac{150}{\sqrt{2}} = 75\sqrt{2}\ kN$$

$$1) \Rightarrow F_A = 75\sqrt{2}\cdot\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{3}{\sqrt{10}}} = 25\sqrt{10}\ kN$$

Котурачу A, занемарљивих димензија, носе два штапа AB и AC који су под угловима $\alpha=30^0$, и $\beta=60^0$ према вертикалном стубу BC. Подизање терета Q се врши преко котура и намотава се на добош D. Одредити силе у штаповима ако је обешени терет Q=20 kN. Трење котураче, као и пречник котура занемарити.





$$1)\ \Sigma X_i = 0:\ -S_B - S\sin\alpha + Q\sin\alpha = 0$$

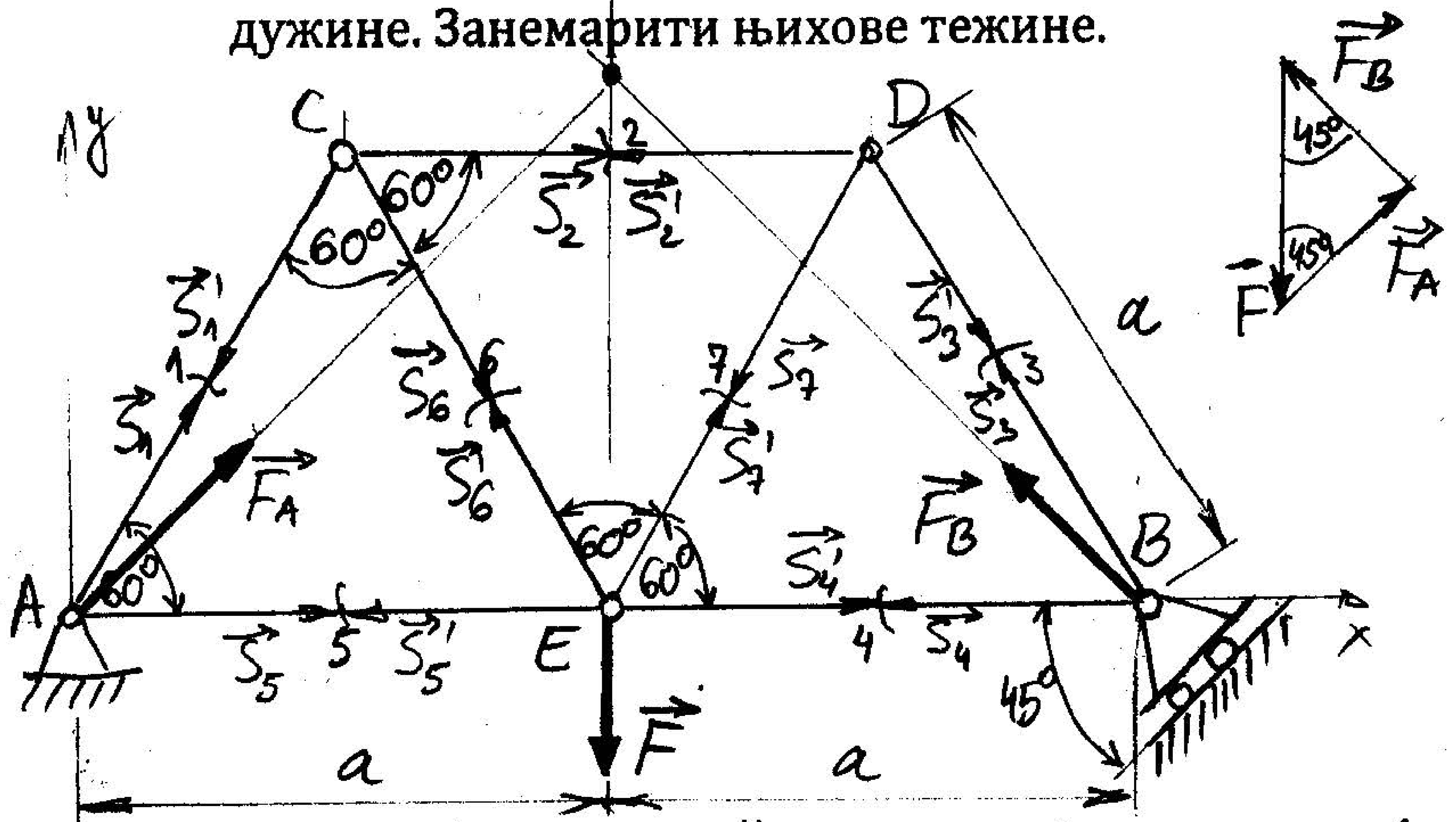
$$2)\ \Sigma Y_i = 0:\ S_C - S\cos\alpha - Q\cos\alpha = 0$$

$S = Q$ (нема трења између котура и осовинице)

$$(1) \Rightarrow S_B = Q\sin\alpha - Q\sin\alpha = 0$$

$$(2) \Rightarrow S_C = 2Q\cos\alpha = 2\cdot 20\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 34{,}64\ kN$$

Одредити силе у штаповима решетке која је приказана на слици. Леви ослонац везан је са решетком цилиндричним зглобом A, док се десни ослонац B ослања на ваљке, који се могу померати по стрмој равни, која захвата угао од 45^0 према хоризонтали. У чвору E на решетку делује вертикална сила F. Сви штапови су једнаке дужине. Занемарити њихове тежине.



$F_A = F_B = F\cos 45^0$

$\boxed{F_A = F_B = F\frac{\sqrt2}{2}}$

Равнотежа чвора „A“:

1) $\Sigma Y_i = 0: F_A \sin 45° + S_1 \sin 60° = 0$

$S_1 = -F_A\frac{\sin 45°}{\sin 60°} = \dots = -F\frac{\sqrt3}{3} \Rightarrow S_1$

2) $\Sigma X_i = 0: F_A\cos 45° + S_1\cos 60° + S_5 = 0$

$S_5 = -F_A\cos 45° - S_1\cos 60° = \dots = -\frac12 F\left(1-\frac{\sqrt3}{3}\right) \Rightarrow S_5$

Равнот. чвора „B“:

1) $\Sigma Y_i = 0: F_B\sin 45° + S_3\sin 60° = 0$

$S_3 = -F_B\frac{\sin 45°}{\sin 60°} = -F\frac{\sqrt3}{3} \Rightarrow S_3$

2) $\Sigma X_i = 0: -F_B\cos 45° - S_3\cos 60° - S_4 = 0$

$S_4 = -F_B\cos 45° - S_3\cos 60° = -\frac12 F\left(1-\frac{\sqrt3}{3}\right) \Rightarrow S_4$

Равнотежа чвора „C“:

1) $\Sigma Y_i = 0: -S_1\cos 30° + S_6\cos 30° = 0$

$S_6 = -S_1 = F\frac{\sqrt3}{3}$

2) $\Sigma X_i = 0: -S_1\sin 30° + S_6\sin 30° + S_2 = 0$

$S_2 = S_1\sin 30° - S_6\sin 30° = -F\frac{\sqrt3}{3} \Rightarrow S_2$

Равнотежа чвора „D“:

1) $\Sigma Y_i = 0: -S_7\cos 30° - S_3\cos 30° = 0$

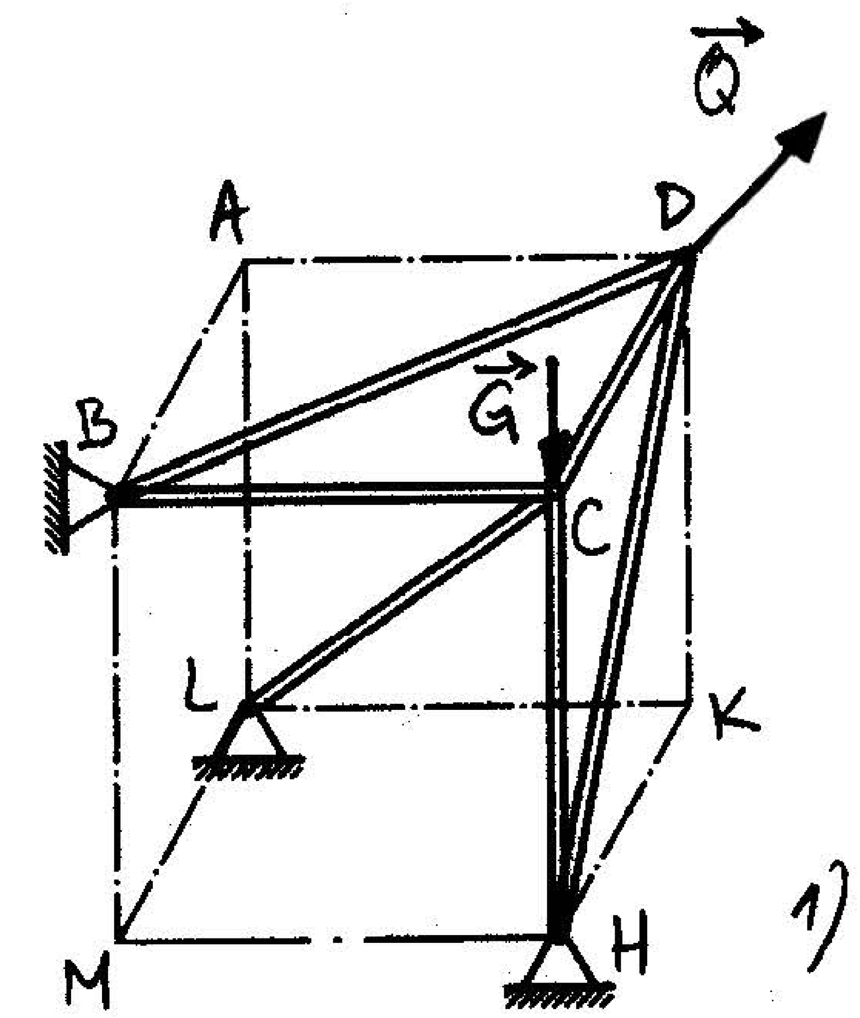
$S_7 = -S_3 = F\frac{\sqrt3}{3}$

2) $\Sigma X_i = 0: -S_2 - S_7\sin 30° + S_3\sin 30° = 0$

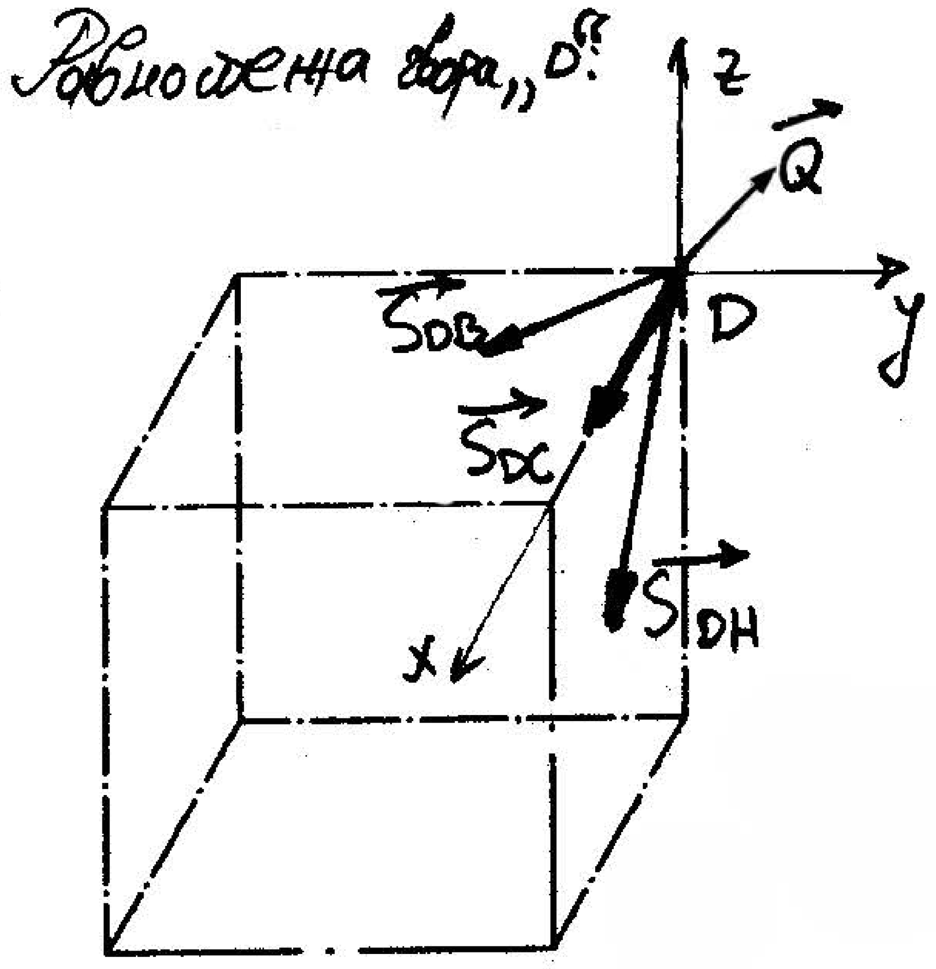
$\frac{F\sqrt3}{3} - F\frac{\sqrt3}{3}\cdot\frac12 - F\frac{\sqrt3}{3}\cdot\frac12 = 0$

$0 = 0$

Систем штапова се састоји из шест међусобно спојених штапова постављених дуж дијагонала и ивица коцке. Чвор D је оптерећен силом Q, која је усмерена дуж дијагонале LD. Чвор C је оптерећен вертикалном силом G. Зглобови L, B и H су непокретни. Одредити све силе у штаповима.



Равнотежа чвора „D“:



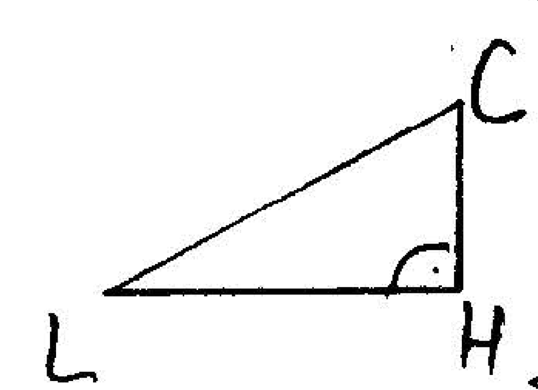
1) $\Sigma X_i = 0: S_{DC} + S_{DB}\cos 45° + S_{DH}\cos 45° = 0$

2) $\Sigma Y_i = 0: -S_{DB}\cos 45° + Q\cos 45° = 0 \Rightarrow \boxed{S_{DB} = Q}$

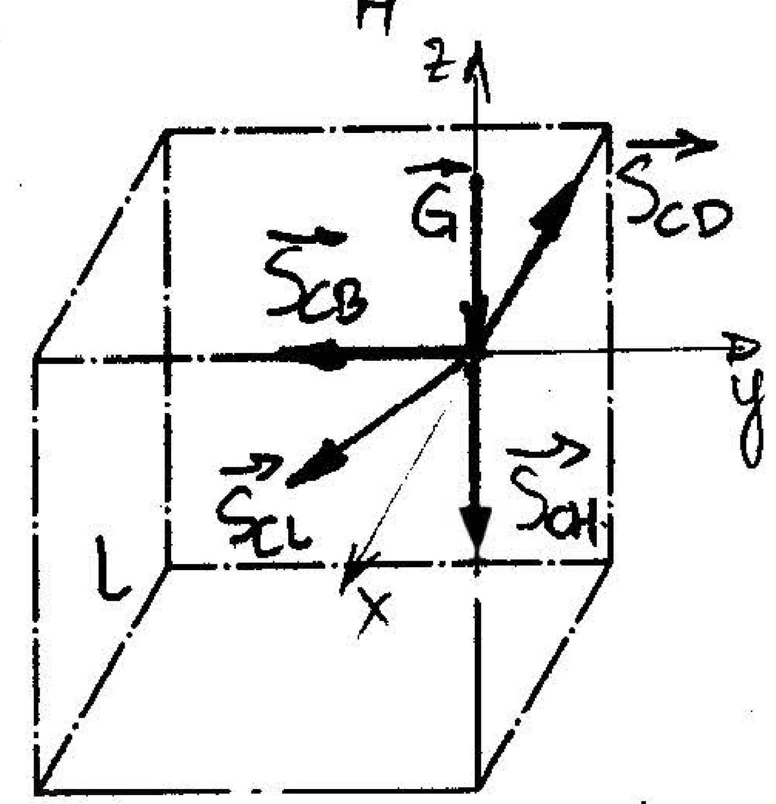
3) $\Sigma Z_i = 0: -S_{DH}\cos 45° + Q\cos 45° = 0 \Rightarrow \boxed{S_{DH} = Q}$

1) $\Rightarrow \boxed{S_{DC} = -Q\cdot\sqrt2}$

Равнотежа чвора „C“: $\cos(\vec S_{CL}, \vec i) = \cos(\vec S_{CL}, \vec j) = \cos(\vec S_{CL}, \vec k) = -\frac{\overline{CH}}{\overline{LC}} = -\frac{a}{\sqrt3 a} = -\frac{1}{\sqrt3}$



$\overline{LC} = \sqrt{\overline{LH}^2 + \overline{HC}^2} = \sqrt{2a^2 + a} = \sqrt3\cdot a$



1) $\Sigma X_i = 0: -S_{CD} - S_{CL}\frac{1}{\sqrt3} = 0$

2) $\Sigma Y_i = 0: -S_{CB} - S_{CL}\frac{1}{\sqrt3} = 0$

3) $\Sigma Z_i = 0: -S_{CH} - S_{CL}\frac{1}{\sqrt3} - G = 0$

1) $\Rightarrow \boxed{S_{CL}} = -\sqrt3\cdot S_{CD} = \boxed{\sqrt6\cdot Q}$

2) $\Rightarrow \boxed{S_{CB}} = -\frac{S_{CL}}{\sqrt3} = -\frac{\sqrt6}{\sqrt3}Q = \boxed{-\sqrt2 Q}$

3) $\Rightarrow \boxed{S_{CH}} = -S_{CL}\frac{1}{\sqrt3} - G = \boxed{-\sqrt2 Q - G}$

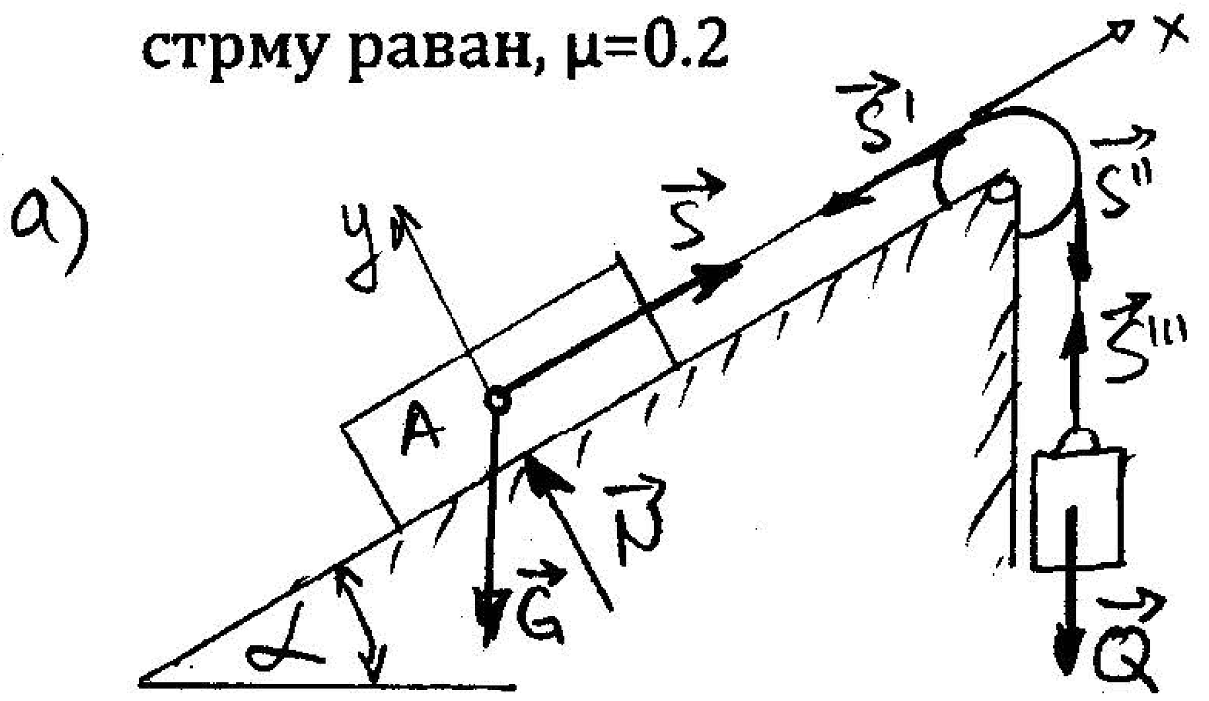
Клизач A тежине G=10 kN, занемарљивих димензија, може да клизи по стрмој равни под дејством силе теже. За клизач је везано уже које је пребачено преко непомичног котура занемарљиве тежине и које носи тег Q. Стрма раван је под углом $\alpha=30^0$. Одредити тежину тега Q за случајеве равнотеже:

а) када нема трења

б) када је гранична равнотежа у случају покретања клизача низ стрму раван, коефицијент трења $\mu=0.2$

в) када је гранична равнотежа у случају покретања клизача уз стрму раван, $\mu=0.2$

а)



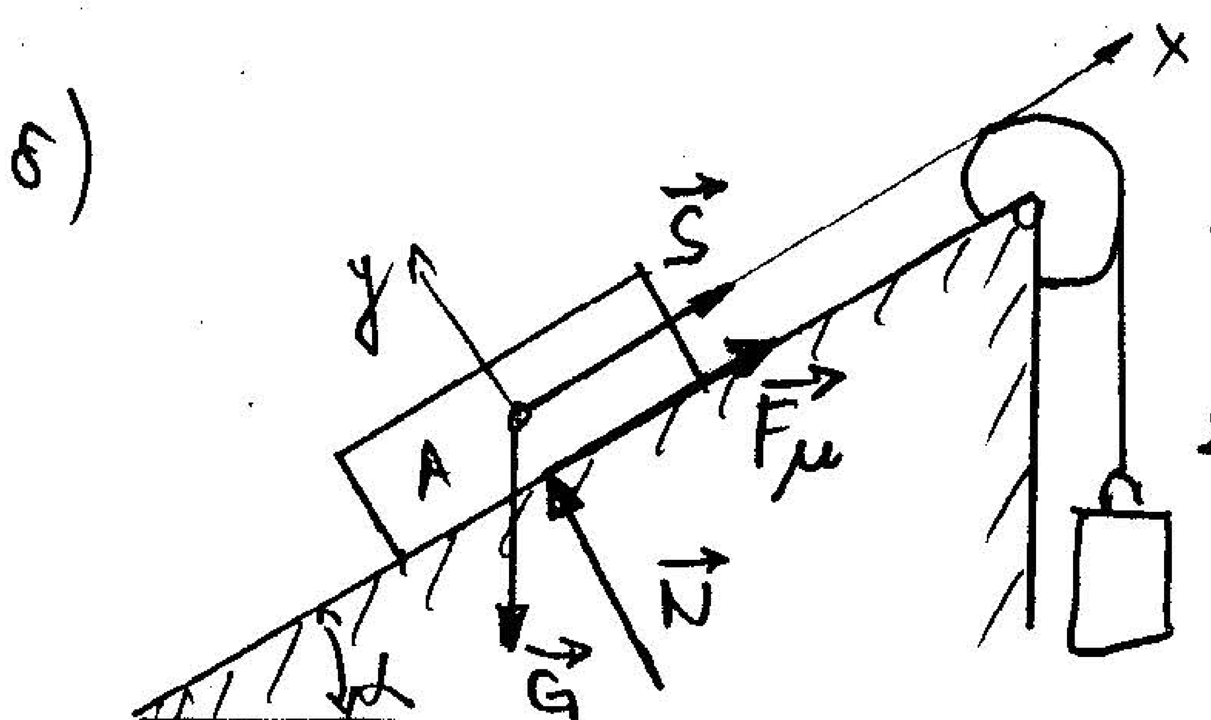
1) $\Sigma X_i=0: S - G\sin\alpha = 0$

2) $\Sigma Y_i=0: N - G\cos\alpha = 0$

1) $\Rightarrow \boxed{Q=S} = G\sin\alpha = 10\cdot\frac{1}{2} = \boxed{5kN}$

2) $\Rightarrow N = G\cos\alpha = 10\frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}kN$

б)



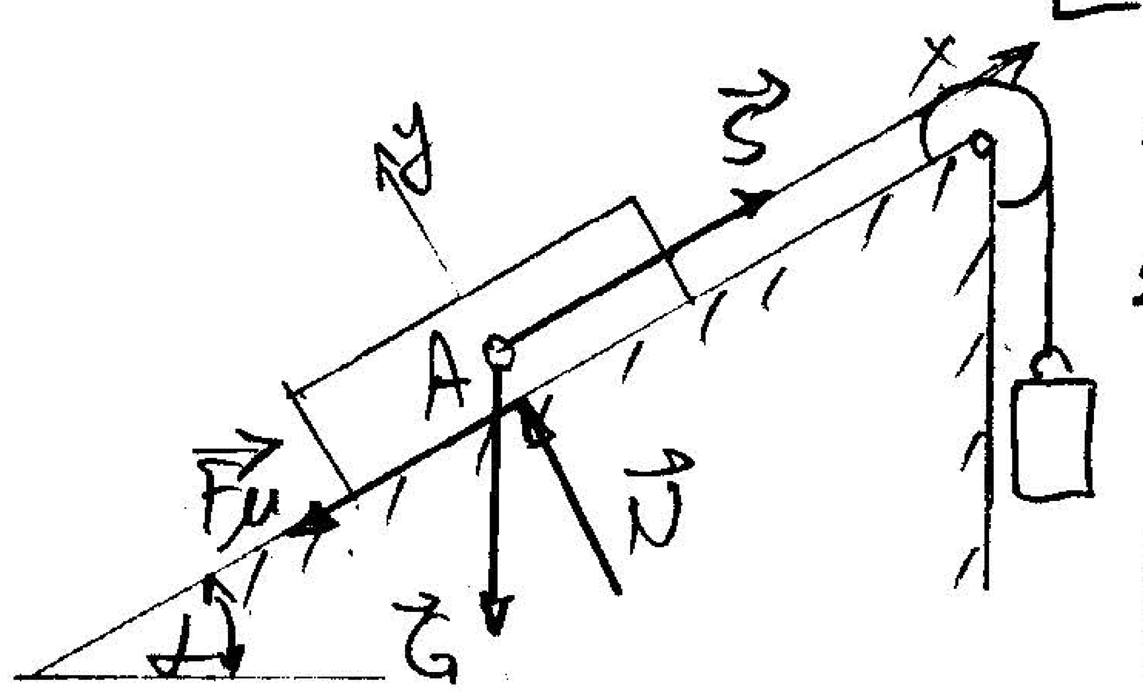
1) $\Sigma X_i=0: S+F_\mu - G\sin\alpha = 0$

2) $\Sigma Y_i=0: N - G\cdot\cos\alpha = 0$

2) $\Rightarrow N = G\cdot\cos\alpha = 10\frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}\ kN$

1) $Q = S = G\sin\alpha - F_\mu = G\sin\alpha - \mu\cdot N = 10\cdot\frac{1}{2} - 0,$

$\boxed{Q} = 10\frac{1}{2} - 0{,}2\cdot 5\sqrt{3} = \boxed{3{,}27\ kN}$



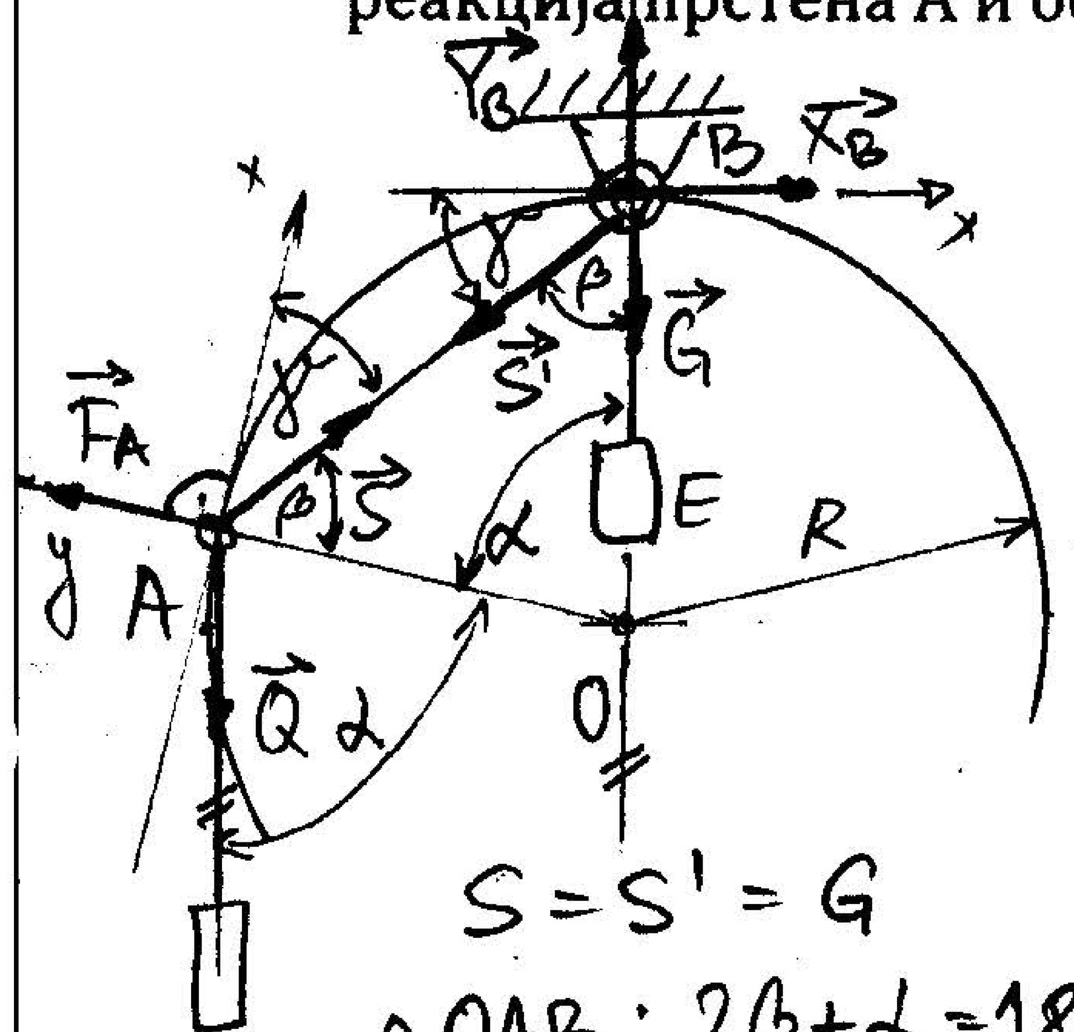
1) $\Sigma X_i=0: S - F_\mu - G\sin\alpha = 0$

2) $\Sigma Y_i=0: N - G\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = 5\sqrt{3}kN$

1) $\Rightarrow Q = S = G\sin\alpha + \mu\cdot N$

$\boxed{Q} = 10\cdot\frac{1}{2} + 0{,}2\cdot 5\sqrt{3} = \boxed{6{,}73kN}$

Прстен A може да клизи, без трења, по глаткој жици, која је савијена у полукруг полупречника R у вертикалној равни. За прстен на коме виси терет Q, везан је конац ABE, који је пребачен преко непомичног котура B, занемарљиве тежине и димензија, у највишој тачки жичаног лука. На крају конца E обешен је терет G. Одредити средишњи угао α лука AB у положају равнотеже, занемарљујући тежине прстена и конца. Колика је у том случају реакција прстена A и ослонца B ако је Q=40 N, G=30 N.



$S = S' = G$

$\Delta OAB: 2\beta + \alpha = 180^0$

$\beta = \frac{180^0 - \alpha}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$

$\beta + \gamma = 90^\circ \Rightarrow \gamma = 90^\circ - \beta$

$\gamma = 90^\circ - \left(90^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)$

$\boxed{\gamma = \frac{\alpha}{2}}$

Равнотежа сила у тачки „A":

1) $\Sigma X_i=0: S\cdot\cos\gamma - Q\sin\alpha = 0$

$S\cdot\cos\frac{\alpha}{2} - Q\sin\alpha = 0, \ \alpha = ?$

$\sin\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$

$\Rightarrow S\cdot\cos\frac{\alpha}{2} - Q\cdot 2\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\alpha}{2} = 0$

$\left(S - Q\,2\sin\frac{\alpha}{2}\right)\cos\frac{\alpha}{2} = 0$

I) $\cos\frac{\alpha}{2} = 0 \Rightarrow \alpha = \boxed{\pi = 180^\circ}$

равнотежа независна од Q и G

II) $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{S}{2\cdot Q} = \frac{G}{2\cdot Q} \Rightarrow \alpha = 2\arcsin\frac{3}{8} = \boxed{44{,}04^\circ}$

2) $\Sigma Y_i=0: F_A - S\sin\gamma - Q\cos\alpha = 0$

$F_A = G\cdot\sin\frac{\alpha}{2} + Q\cos\alpha = \ldots = \boxed{40N}$

Равнотежа сила у тачки „B":

1) $\Sigma X_i=0: X_B - S'\cos\gamma = 0 \Rightarrow X_B = G\cdot\cos\frac{\alpha}{2} = \ldots = \boxed{27{,}81\ N}$

2) $\Sigma Y_i=0: Y_B - G - S'\sin\gamma = 0 \Rightarrow Y_B = G + G\sin\frac{\alpha}{2} = \ldots = \boxed{41{,}25\ N}$

$F_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = \ldots = \boxed{49{,}75\ N}$